数　　　学

学　科(コース)	配　点
化学・生命理工学科(化学コース)	150 点
化学・生命理工学科(生命コース)，物理・材料理工学科， システム創成工学科(機械科学コース，社会基盤・環境コース)	300 点
システム創成工学科(電気電子通信コース)	250 点
システム創成工学科(知能・メディア情報コース)	400 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注　意　事　項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までの計 5 問です。$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，**本学の受験番号**を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 実数 x, y が, $x>0$, $y>0$, $2x+y=1$ を満たすとき, xy のとりうる値の最大値を求めよ。また，そのときの x, y の値を記せ。

(2) $0<\alpha<\pi$, $0<\beta<\pi$, $\tan\alpha=\dfrac{2}{5}$, $\tan\beta=-\dfrac{3}{7}$ のとき, $\tan(\alpha-\beta)$ の値を求めよ。さらに, $\alpha-\beta$ の値を求めよ。

(3) 等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第6項までの和が9であり，かつすべての自然数 n に対して $a_n+4a_{n+2}=4a_{n+1}$ が成り立つとき，この等比数列の初項と公比を求めよ。

2 以下の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{2x^2 + \sin x}{x^2 - \pi x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to -\pi} \frac{2x^2 + \sin x}{x^2 - \pi x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x^2}$

(4) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + \sin x}{x^2 - \pi x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 \sin x - \cos^2 x + 1}{x^3(x - \pi)}$

3 座標空間内の３点 $A(6,\ -2,\ 9)$，$B(4,\ -6,\ 3)$，$C(3,\ -1,\ 7)$について，次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ は直角三角形であることを示せ。

(2) ３点 A，B，C は，平面 ABC 上のある正六角形の頂点である。この正六角形の，A，B，C 以外の３つの頂点の座標をすべて求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}\,dx$ を求めよ。

(2) 次の曲線と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

$$y = \cos 2x + \frac{1}{2} \quad \left(\frac{\pi}{4} \leqq x \leqq \frac{3}{4}\pi\right)$$

(3) 曲線 $y = \sqrt{x+1}\,e^{2x}$ と x 軸，y 軸，および直線 $x = 1$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

5 $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ において，曲線 C_1，C_2 が媒介変数 θ を用いて，それぞれ

$$C_1 : \begin{cases} x = \cos\theta + \theta\sin\theta \\ y = \sin\theta - \theta\cos\theta \end{cases}$$

$$C_2 : \begin{cases} x = \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$$

と表される。

曲線 C_1 上の $\theta = \alpha$ に対応する点を点 A$(\cos\alpha + \alpha\sin\alpha,\ \sin\alpha - \alpha\cos\alpha)$ とし，点 A における C_1 の接線を l，点 A における C_1 の法線を m とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ のとき，接線 l の方程式を求めよ。

(2) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ のとき，法線 m の方程式を求めよ。

(3) 曲線 C_2 上の $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

(4) α の値に関わらず，法線 m は常に曲線 C_2 に接することを示し，m と C_2 の接点の座標を求めよ。